

# 利用空間統計方法探討 波士頓傷害與搶劫犯罪量之影響因素

112354021 統碩一 張祐瑜

# 目錄

01

研究目的

02

研究方法

03

資料來源及選取

04

研究結果

05

結論

# 一、研究目的

# 研究目的

1. 檢驗波士頓地區傷害與搶劫犯罪事件是否存在空間自相關
2. 比較空間自相關的迴歸模型與未納入空間影響的卜瓦松模型兩者表現
3. 找出影響傷害與搶劫犯罪事件數的人口特性與環境因子

## 二、研究方法

# 研究方法—空間權重矩陣

- 為探索犯罪是否具有空間外溢性，故先定義空間權重矩陣
- 公式：

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix}$$

- $0 \leq w_{ij} \leq 1$

# 研究方法—空間權重矩陣

- 以波士頓地區為例，  
將該區域分割成 $n$ 個彼此不重疊的區域，  
以 $w_{ij}$ 表第 $i$ 與第 $j$ 個區域鄰近、連通或互動關係



# 研究方法—空間自相關檢定

- 以統計檢定方法評估特定區域的屬性與其他區域的依賴程度
- 空間自相關檢定分為以下兩種：
  1. 全域空間自相關檢定
  2. 局部空間自相關檢定



# 空間自相關檢定—全域型

- 方法：莫蘭指數 (Moran's I)

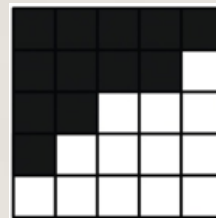
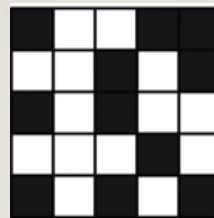
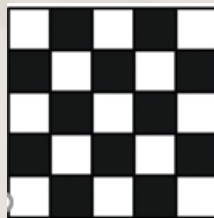
- 公式：
$$I = \frac{n \times \sum_i \sum_j w_{ij} \times (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_i \sum_j w_{ij} \times (x_i - \bar{x})^2}$$

- 含意：

$I > 0$ ，屬性分布具空間正相關

$I = 0$ ，屬性分布具空間隨機性

$I < 0$ ，屬性分布具空間負相關



# 空間自相關檢定—局部型

- 方法：空間相關性局部指標（LISA）
- 公式：
$$I_i = \frac{n \times (x_i - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \times \sum_j w_{ij} (x_j - \bar{x})$$
- 含意：比較特定空間內某區域屬性與其鄰近區域屬性是否相近

|   |   |   |
|---|---|---|
| 高 | 高 | 高 |
| 高 | 高 | 高 |
| 高 | 高 | 高 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 低 | 低 | 低 |
| 低 | 高 | 低 |
| 低 | 低 | 低 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 高 | 高 | 高 |
| 高 | 低 | 高 |
| 高 | 高 | 高 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 低 | 低 | 低 |
| 低 | 低 | 低 |
| 低 | 低 | 低 |

# 研究方法—模型建構

- 因研究之反應變數為**犯罪事件數**，故選擇以下三種模型
  - ① 卜瓦松迴歸(Poisson Regression)
  - ② 空間自迴歸模型(SAR)
  - ③ 條件自相關模型(CAR)

# 模型建構—卜瓦松迴歸

- 假設： $Y \sim \text{Poisson}(\mu)$
- 迴歸模型： $\ln(\mu) = \alpha + X\beta$
- 考慮偏移項之迴歸模型： $\ln\left(\frac{\mu}{o}\right) = \alpha + X\beta$

# 模型建構—空間自迴歸模型(SAR)

- 原理：透過引入空間權重矩陣，在模型中加入空間參數，將區域間的空间影響納入模型
- 模型： $y_i = \rho \sum_{j \neq i} w_{ij}^2 y_j + X\beta + \varepsilon_i$
- 受限於反應變數為計數資料，並不適合直接使用上述模型，故將模型改寫為：

$$y_i | \mu_i \sim \text{Poisson}(\mu_i),$$
$$\ln(\mu_i) = \rho \sum_{j \neq i} w_{ij}^s \ln(\mu_j) + X\beta$$

# 模型建構—條件自相關模型(CAR)

- 原理：使用貝式方法進行估計，此模型對空間的依賴性不再只透過鄰近地區觀察值來設定，而是以鄰近地區觀察值減均值而得
- 模型：
$$\delta_i = \rho \sum_{j \neq i} w_{ij}^s \delta_j + X\beta + \varepsilon_i$$
- 廣義線性方程式：
$$g(E(y_i)) = g(\mu_i + \rho \sum_{j \neq i} w_{ij}^s \delta_j + X\beta)$$
- 此研究設定  $g(\cdot) = \ln(\cdot)$

# 研究方法—模型選擇準則

- 判斷模型配適能力：AIC
- 比較不同模型：MSE

### 三、資料來源及選取



# 資料來源及選取—波士頓

- 人口普查區資料：

人口普查區面積( $km^2$ )

- 波士頓犯罪資料：

犯罪事件種類、時間、地點、經緯度

- 人口特徵資料：

男女比、種族占比、教育程度...等

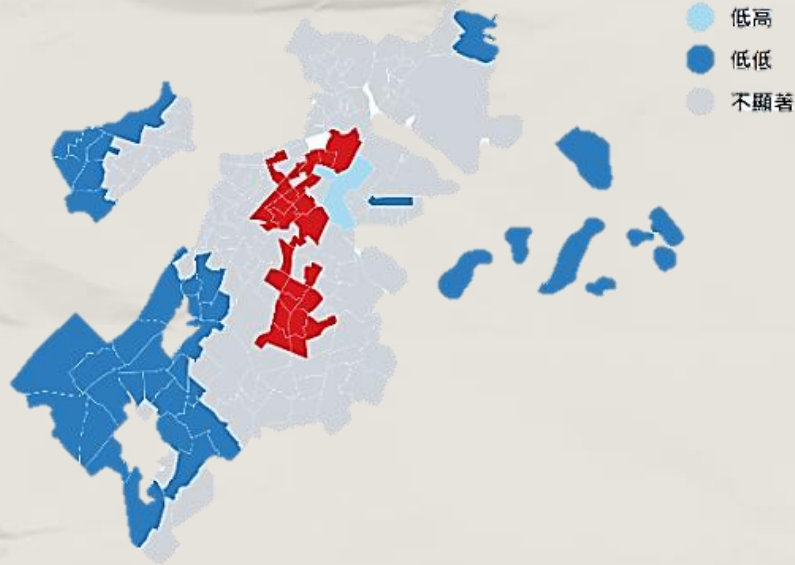
- 地理對象資料：

醫院、警察局、公私立學校...等

## 四、研究結果

# 研究結果

- 以莫蘭檢定方法進行全域空間自相關，發現波士頓地區有顯著空間自相關
- 以LISA方法做局部空間自相關，探討波士頓市的犯罪熱區與冷區



# 研究結果—模型選擇

|            | 卜瓦松迴歸模型  | 空間自迴歸模型<br>(SAR) | 條件自相關模型<br>(CAR) |
|------------|----------|------------------|------------------|
| <i>MSE</i> | 12145.56 | 1552.96          | 1539.348         |

# 研究結果—模型選擇

|            | 卜瓦松迴歸模型  | 空間自迴歸模型<br>(SAR) | 條件自相關模型<br>(CAR) |
|------------|----------|------------------|------------------|
| <i>MSE</i> | 12145.56 | 1552.96          | 1539.348         |

## 五、結論

# 結論

- 影響犯罪事件數之因素：
  1. 人口特性：人口密度高、非公民占比高、居民中租戶比重高...等
  2. 環境因子：空屋率、路燈密度高、文教機構多、水域面積比重低之區域...等

謝謝聆聽